機電所博士生資格考試題 2008

工程數學(Advanced Engineering Mathematics)

每題二十分，總分一百分。

1. Diagonalize the matrix **A**, where

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Find the matrix **P** that diagonalizes **A** and the diagonal matrix **D** such that $\mathbf{D}=\mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}$.

2. L^{-1} is the inverse Laplace transform, evaluate

(a) $L^{-1}\left\{\dfrac{s-1}{s^2+4}\right\}$, (b) $L^{-1}\left\{\dfrac{e^{-s}}{(s+1)^2}\right\}$.

3. Solve the Bernoulli's equation

$$x^2\frac{dy}{dx}+y^2=xy.$$

4. Solve the Laplace's equation: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0,\quad 0<x<a,\ 0<y<b,$ subject to

$$u(x,0)=u(x,b)=0,\quad 0<x<a;\quad u(0,y)=0,\quad u(a,y)=T\ (\text{a constant}),\ 0<y<b.$$

5. Expand $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi<x<0\\ 2, & 0\le x<\pi\end{cases}$ in a Fourier series.

國立虎尾科技大學 機電所　博士班資格考

1 Determine the eigenvalue and eigenvector of the problem
$Ax = \lambda Bx$, where

$$A=\begin{bmatrix}5 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$$

And verify that the eigenvectors are orthogonal relative to both A and B.

2 Solve for $x^3y'''+x^2y''-2xy'+2y=x^3\ln x$

3 $\overrightarrow{F} = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{x}{x^2+y^2}\right)\vec{j}$, find

a) $\nabla \times \overrightarrow{F}$

b) $\oint_C \overrightarrow{F}\cdot d\overrightarrow{r}$

where C is any simple closed curve, and $\overrightarrow{r}$ is the position vector.

4 Please solve the following boundary value problem

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (0<x<L, t>0)$$

with

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0,t)=1$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(L,t)=0$$

and

$$T(x,0)=0$$

國立虎尾科技大學　機械與機電工程研究所

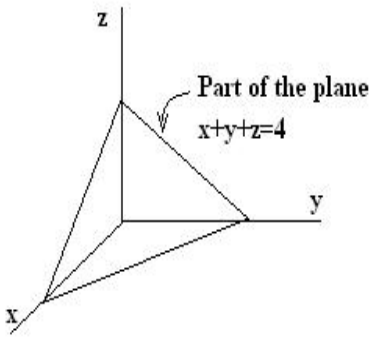
97 學年度第 2 學期　博士班資格考 【工程數學】

1. (15%)

A force $\vec{F}(x,y,z) = x^2\,\vec{i} - zy\,\vec{j} + xCos(z)\,\vec{k}$ move a particle along the path C given by $x = t^2$, $y = t$, $x = \pi t$ for $0 \le t \le 3$. The initial point is P: (0,0,0) and the terminal point of Q is Q: (9,3,3π). Suppose we want the work done in moving the particle along this path from Q to P.

2. (15%)

Evaluate $\iint_{\Sigma} z d\sigma$ if Σ is the part of the plane x+y+z=4 lying above the rectangle $0 \le x \le 2$, $0 \le y \le 1$.



3. (25%)

Solve the system of linear differential equations $\underline{X}' = \underline{A}\underline{X}$, where

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix},\ \underline{X} = [x_1, x_2, x_3, x_4], \text{ and } \underline{X}' = \frac{d\underline{X}}{dt}.$$

4. (20%)

Solve the system of linear differential equations and initial conditions for the functions x and y:

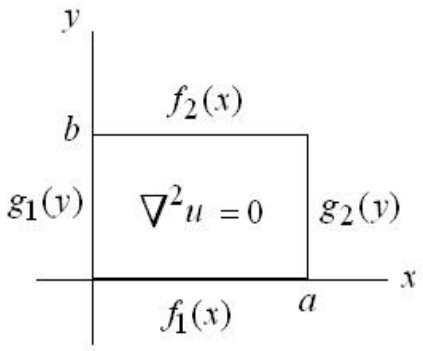
$$\begin{aligned} x'' - 2x' + 3y' + 2y &= 4 \\ 2y' - x' + 3y &= 0 \end{aligned} \quad \text{and} \quad x'(0) = x(0) = y(0) = 0$$

5. (25%)

Find the solution of partial differential problem as shown in the following Figure.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \quad \begin{matrix} 0 \le x \le a \\ 0 \le y \le b \end{matrix}$$

$$u(x,0) = f_1(x),\ u(0,y) = g_1(y)$$
$$u(x,b) = f_2(x),\ u(a,b) = g_2(y)$$



國立虎尾科技大學　機械與機電工程研究所

98 學年度第 1 學期　博士班資格考 【工程數學】

學號：--------- 姓名：----------

1. 解：$2xy' + 3x^2y^2 + y = 0$

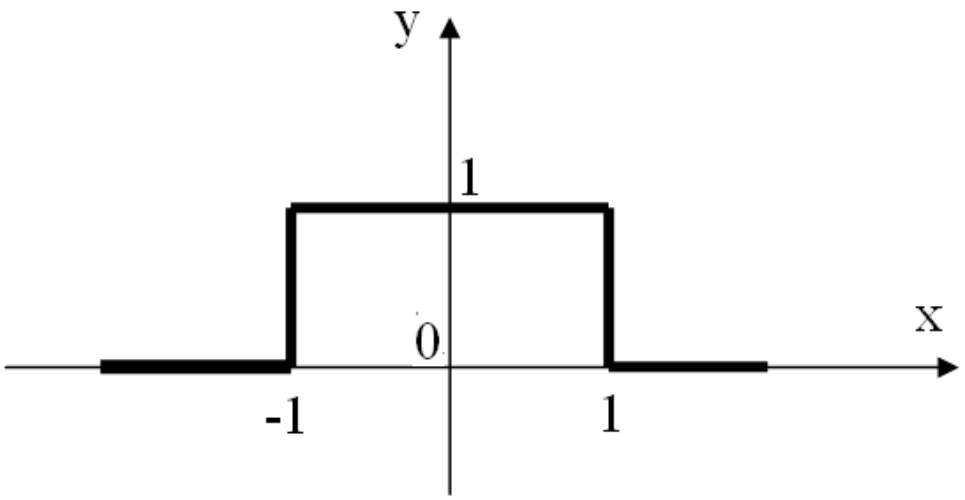
2. 解：$y'(t) = \int_0^t y(x)\cos(t-x)dx, y(0) = 1$

3. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 e^{At}

4. 計算：$\oint_C (3y - e^{\sin x})dx + (7x + \sqrt{y^4 + 1})dy$，

其中 C 是圓 $x^2 + y^2 = 9$.

5. (1) 計算下圖的傅立葉積分式：



(2) 求 $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt$

國立虎尾科技大學　機械與機電工程研究所

98 學年度第 2 學期　博士班資格考 【工程數學】

1. 解下列微分方程式：(20%)

$$y'' - 3y' + 2y = e^{3x}$$

2. 試求下列函數之拉普拉斯轉換(Laplace Transform) (20%)

(a) $f(t) = e^{3t}t + e^{-3t}t^2$　　(b) $f(t) = e^{3t}(\cos 2t + \sin 2t)$

3. 請以高斯消去法(Gauss Elimination)解下列聯立方程式(20%)

(a) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$　　(b) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

4. 解下列微分方程式：(20%)

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2 e^{-x}$$

5. 試求下列函數之拉普拉斯反轉換：(20%)

(a) $F(s) = \dfrac{s}{s^2 + s - 6}$　　(b) $F(s) = \dfrac{s}{(s+2)(s-3)^2}$

國立虎尾科技大學　機械與機電工程研究所

99 學年度第 1 學期　博士班資格考 【工程數學】

1. Solve I.V.P.: $y''-4y'+5y=21e^{2x}$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$.(25%)

2. Solve I.V.P. using Laplace transform: $y''+4y=f(t)$, $y(0)=0$, $y'(0)=-1$, where $f(t)=\begin{cases}1, & 0\le t<1\\ 0, & t\ge 1\end{cases}$. (25%)

3. Let $F(x,y,z)=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ and Σ be the piecewise smooth closed surface consisting of the surface Σ_1 of the cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$ for $x^2+y^2\le 1$, together with of flat cap Σ_2 consisting of the disk $x^2+y^2\le 1$ in the plane $z=1$. Verify the Gauess's divergence theorem, i.e. $\iint_\Sigma F\cdot N d\sigma=\iiint_V \nabla\cdot F dV$. (25%)

4. Find the eigenvalues of matrix A and the corresponding eigenvectors. (25%)

$$A=\begin{bmatrix}-3 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

國立虎尾科技大學　機械與機電工程研究所

100 學年度第 2 學期　博士班資格考 【工程數學】

1.試求出下列微分方程式之解：

10% (a) $y''-2y'-3y=2\sin^2 x$

10% (b) $y'=2+(\frac{y}{x})^2$

15% (c) $y''+5y'+6y=f(t);y(0)=0,y'(0)=-4$

$$f(t)=\begin{cases}t^2 & ,if \quad 0\le t<\pi\\ \cos t & ,if \quad t\ge\pi\end{cases}$$

2.已知 $f(x)=\frac{1}{2}x^2 \qquad for -\pi\le x\le\pi$

14% (a)試求出其 Fourier series

6% (b)並以(a)之答案求出 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2}=\frac{-1}{1^2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots=?$

3.

5%　(a)已知 $f(x)=H(x)e^{-ax}$　$(a>0)$，$H(x)$ 為 Heaviside step function，試求 $f(x)$ 之 Fourier transform， $F[f(x)]=?$

10%　(b)試求 $F[e^{-a|x|}]=?$ 即 $e^{-a|x|}$ 之 Fourier transform。

10%　(c)試求 $F^{-1}[e^{-|w|}\cos w]=?$ 即 $e^{-|w|}\cos w$ 之 Fourier inverse transform。

4.　已知 $A=\begin{bmatrix}3 & 0 & -2\\ 0 & 2 & 0\\ -2 & 0 & 0\end{bmatrix}$

5% (a)試求 A^{-1}(A 之反矩陣)。

5% (b)試求 A 之 eigenvalue 及 eigenvector。

10%(c)試求 $A^{30}=?$

國立虎尾科技大學 102 學年度第一學期博士班資格考試題

所別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 1 頁

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 題，任選 題作答，每題 分，合計一百分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。
（3）禁止/可 使用計算機

solving the following differential equation。

$(1) 2xyy' + (x-1)y^2 = x^2e^x$

$(2) x^2y'' - 2xy' + 2y = 16x^3\cos x$

(3) using Laplace transform to solve the following differential equation。

$y'' + 3y' + 2y = 4t^2 \text{ if } 0 < t < 1 \text{ and } 8 \text{ if } t > 1;$
$y(0) = 0, y'(0) = 0$

(4) find the following function f(x) of the Fourier integral。

$f(x) = e^{-|x|} (-\infty < x < \infty)$

(5)

(a). find the following function f(x) of line integral $\int_c \mathbf{F}(\mathbf{r})$. d**r** using the region R boundary

C　to calculate by counter clockwise

F = [6y^2, 2x−2y^4], R　is the square of the four points ±(2, 2) and

±(2, −2)。

(b). calculate the above problem by using the green threom to find integral $\int_c \mathbf{F}(\mathbf{r})$. d**r**。

國立虎尾科技大學 102 學年度第二學期博士班資格考試題

所別：動力機械系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 2 頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 4 題，依題配分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機，Close Book。

25% **(1)**Please solve the following differential equation

11% **(a)** $2yy' + y^2 \sin x = \sin x \ , \ y(0) = \sqrt{2}$

14% **(b)** $x^2y'' - 2y' + y = x \ln|x|$

$$y(1) = 1, \quad y'(1) = -4$$

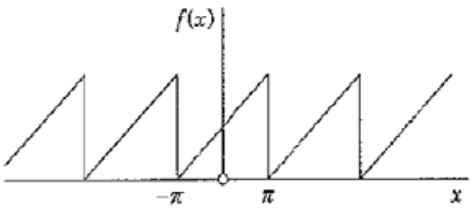
15% **(2)**Please use laplace transform to solve the following equation

$$y'' + 9y = f(t) \qquad f(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le \pi \\ \cos t & t \ge \pi \end{cases}$$

40%**(3)**

15%**(a)** find the Fourier series of the Function (Fig.1)

$$f(x) = f(x + 2\pi)$$



(Fig.1)

5%**(b)** using the above the answer, find the following series

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \cdots (-1)^n \frac{1}{2n+1} \cdots = \ ?$$

20%**(c)**Solve the following differential equation

$$y'' - 4x = f(x)$$, f(x) is the function of Fig.1

20%**(4)** $[A] = \begin{bmatrix} -6 & 11 & 3 \\ 4 & 1 & 3 \\ -4 & 10 & 8 \end{bmatrix}$

8%**(a)** find the eigenvalue and eigenvector of [A] , one of eigenvalue of [A] is

$\lambda_1 = 2.$

12%**(b)** find $[A]^{20} = \ ?$

國立虎尾科技大學 103 學年度第一學期博士班資格考試題

所別：動力機械系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 1 頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機，close book

1. Solve the following problems.

a. $y'' - 6y' + 9y = 5e^{3x}$; b. $x^2y'' - 4xy' + 6y = x^4e^x; y(2) = 2, y'(2) = 7$

2. Solve the following problems by the Laplace Transform

a. $y'' + 4y = f(t); f(t) = \begin{cases} 0 & for\ t < 3 \\ t & for\ t \geq 3 \end{cases};\ y(0) = y'(0) = 0;$

b. $y'' + 2y' + 2y = \delta(t-3);\ y(0) = y'(0) = 0;$ where $\delta(t)$ is the Dirac Delta fuction.

3. Find the Fourier series of the following functions.

a. $f(x) = x \quad for \quad -\pi \leq x \leq \pi;$

b. $f(x) = \begin{cases} 0 & for\ -3 \leq x \leq 0 \\ x & for\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$

4. Solve the following Nonhomogeneous systems of linear equations

a.
$$\begin{aligned} x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 + 6x_6 &= -3 \\ x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 4x_6 &= 1 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_6 &= 0 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -11 \\ -5 & 1 & 9 \\ 1 & 1 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ -5 \end{pmatrix}$$

國立虎尾科技大學 103 學年度第二學期博士班資格考試題

所別：動力機械系機械與機電工程博士班本試題
科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計一百分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。
（3）禁止計算機，本試題為 close book 考試

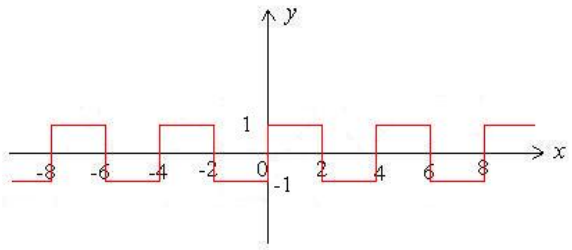
1. Solve the following Ordinary Differential equations:

(a). $y''-6y'+9y=6x^2+2-12e^{3x}$,

(b) $y''-2y'+y=x^2e^x$, and

(c) $x^2y''-5xy'+8y=2ln(x)+x^3$

2 Expand $f(x)=\begin{cases}1, 0\le x\le 2\\ -1, -2\le x\le 0\end{cases}$ and $f(x+4)=f(x)$ into the Fourier series. Then, find the values of the following series: (a) $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{(2m-1)}$ and (b) $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(2m-1)^2}$.



3 **Solve** $y''+y-4\int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)d\tau=e^{-2t}$, **where** $y(0)=1$ **and** $y'(0)=0$.

4 **Solve the system of Linear differential equations**

$$\begin{cases} x_1''+10x_1-4x_2=0\\ 4x_1+x_2''+4x_2=0\end{cases},$$ **where the initial conditions are given as** $\begin{cases} x_1(0)=0 & x_1'(0)=1\\ x_2(0)=0 & x_2'(0)=-1\end{cases}$

5 **Prove the matrix** $\underline{A}=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}}\end{bmatrix}$ **is orthogonal.**

國立虎尾科技大學 104 學年度第 1 學期博士班資格考試題

系別：動力機械系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有五題，每題二十分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機且 close book

1. Solve the initial value problem (IVP) : $y'' - 3y' + 2y = x + 2$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

2. Find the initial value problem (IVP): $x^2y'' - 5xy' + 8y = 2\ln(x)$; $y(1) = 0$, $y'(1) = 0$.

3. Use "***Laplace transform***" to solve the initial values problem (IVP): $y'' + 4y = f(t)$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, in which $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 3 \\ t & \text{for } t \geq 3 \end{cases}$.

4. Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors for the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

5. A function $f(x) = x^2$ is defined on $[-\pi, \pi]$. Find its Fourier series on the defined interval.

國立虎尾科技大學 104 學年度第 2 學期博士班資格考試題

系別：動力機械系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有五題，每題二十分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機且 close book

1. Solve the initial value problem (IVP) : $y''+4y'-2y=2x^2-3x+6$; $y(0)=-9$, $y'(0)=0$.

2. Find the initial value problem (IVP): $x^2y''-4xy'+6y=\ln(x^2)$; $y(1)=\frac{5}{18}$, $y'(1)=0$.

3. Use "***Laplace transform***" to solve the initial value problem (IVP): $y''-2y'+5y=1+t$; $y(0)=0$, $y'(0)=4$.

4. Solve the equations of system by any ***matrix*** technique.

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=7 \\ x_1-x_2+3x_3=3 \\ 5x_1+4x_2-2x_3=1 \end{cases}$$

5. Expand $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi<x<0 \\ \pi-x, & 0\le x\le\pi \end{cases}$ in a Fourier series.

國立虎尾科技大學 105 學年度第二學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第一頁　共一頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機 且 close-book exam

1. Solve the initial value problem (IVP) : $y'' + y' - 6y = 2x$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

2. Solve the initial value problem (IVP) : $x^2y'' + 10xy' + 8y = x^2$; $y(1) = 0$, $y'(1) = 0$.

3. Use "***Laplace transform*** " to solve the initial values problem (IVP): $y'' - 3y' + 2y = e^{-4t}$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$.

4. Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$.

5. Find the half-range cosine and sine expansions of the given function $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 < x < 1/2 \\ 0 & \text{for } 1/2 \le x < 1 \end{cases}$.

國立虎尾科技大學 106 學年度第一學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第一頁　共一頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 大題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機 且 close book

1. (a) Solve the initial value problem (IVP): $y' + \frac{1}{x}y = -\frac{2}{x}$; $y(1) = 1$.

   (b) Solve the initial value problem (IVP): $4xdx + 9ydy = 0$; $y(2) = 0$.

2. Solve the initial value problem (IVP) : $y'' - 2y' + y = 2\sin(x)$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

3. Use "***Laplace transform*** " to solve the initial values problem (IVP): $y'' - 5y' + 6y = H(t-1)$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. (Note: $H(t-1)$ is a unit step function)

4. Find the rank of the given matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$.

5. Expand $f(x) = x^2$, $0 < x < L$,
   (a) in a cosine series
   (b) in a sine series.

國立虎尾科技大學 106 學年度第二學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 1 頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 8 題，每題 12.5 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）可使用計算機 close book

1. Solve(求解微分方程式)

$$y' = \frac{y(y-2)}{x(y-1)}$$

2. Solve(求解微分方程式)

$$\sin y\, dx + (x\cos y - 2y)dy = 0$$

3. Solve(求解微分方程式)

$$y'' + 4y' + 7y = 0$$

4. Solve(求解微分方程式)

$$x^3y''' - 3x^2y'' + 7xy' - 8y = 0$$

5. Known(已知)

$$L\{\sin at\} = \frac{a}{s^2+a^2}, \qquad (s > 0)$$

Evaluate(求) $L\{t\sin at\}$

6. By the elementary row operations(使用基本列運算), to evaluate the inverse matrix of $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **(求取反矩陣)。**

7. Solve the eigenvalues and eigenspaces of $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **(試求矩陣的特徵值與特徵空間)。**

8. Solve(求解方程組)

$$x' = x + 4y - 4t^2 - 3, \qquad x(0) = 2$$
$$y' = x + y - t^2 + 2t - 3, \qquad y(0) = 3$$

國立虎尾科技大學 107 學年度第一學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 1 頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）可使用計算機 close book

1. (a) Solve the differential equation(**求解微分方程式**)

$$dx + (3x - e^{-2y})\mathrm{d}y = 0$$

(b) Solve the differential equation(**求解微分方程式**)

$$y'''' - y'' = 0$$

2. To evaluate (**求解**) $L^{-1}\left(ln\frac{s-a}{s-b}\right)$, where a and b are real numbers.

3. Determine all eigenvalues and eigenspaces (**求矩陣的特徵值與特徵空間**) of

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Solve the system (**求解方程組**)

$$x' = \mathrm{x} + 4\mathrm{y} - 4\mathrm{t}^2 - 3, \qquad \mathrm{x}(0) = 2$$
$$y' = \mathrm{x} + \mathrm{y} - \mathrm{t}^2 + 2\mathrm{t} - 3, \qquad \mathrm{y}(0) = 3$$

5. Expand the square wave function defined below in Fourier series (**試求下列方波函數之 Fourier 級數展開**).

$$\mathrm{f}(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0, & \mathrm{x} \in (-\pi, 0) \\ 4, & \mathrm{x} \in (0, \pi) \end{cases}$$

$$f(x + 2\pi) = f(x)$$

國立虎尾科技大學 107 學年度第二學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 1 頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 題，任選◯題作答，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止 使用計算機

1. Given

$$y'' + 2y' + 2y = r(t) \qquad \begin{cases} r(t) = 10\sin 2t & \text{if } 0 < t < \pi \\ r(t) = 0 \; if \; t > \pi \end{cases} \qquad \begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

(1) Solve the initial value problem above using Laplace Transfer method.

(2) What mechanical system can apply above differential equation?

2. At point P in O_{xi} coordinate axes the stress tensor is

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Find values of principal stresses (i.e, eigen values) and the directions associated with them (i.e., principal axes)

3. (1) Please find Fourier Series of f(t) below

$$f(t) = \begin{cases} -1 & \text{if } -2 < t \le 0 \\ 1 & if \; 0 < t \le 2 \end{cases} \qquad T=4$$

(2) Please find Fourier Transfer of f(x), “a” is any constant.

$f(x) = e^{-a|x|}$

4. Please solve differential equation below

(1) $(2x - 4y + 5)y' + x - 2y + 4 = 0$

(2) $xy' + 2y = 4e^{x^2}$

5. Find reverse Matrix of A (i.e., A^{-1})

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(1) Using Gauss-Jordan Elimination (2) using Determinants (i.e., Det A)

國立虎尾科技大學 108 學年度第一學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第一頁　共一頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 大題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機 且 close book

1. Solve I.V.P. $y'' + 7y' + 12y = 12x + 19; y(0) = 1, y'(0) = 0.$

2. Use Laplace transform to solve I.V.P. $y'' - 3y' - 4y = H(t-1);\ y(0) = 2, y(0) = 4.$ (Note: H(t-1) is a unit step unction)

3. Diagonalize the matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 3 \\ 6 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

4. Let $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \le 0 \\ \pi - x, & 0 < x \le \pi \end{cases}$ and $f(x) = f(x + 2\pi)$. Expand $f(x)$ in Fourier series.

5. Let a vector field $\vec{F} = (y^2 cosx + z^3)\hat{\imath} + (2ysinx - 4)\hat{\jmath} + (3xz^2 + 2)\hat{k}$.
   (a) Show $\vec{F}$ is a conservative field.
   (b) Find the potential function of $\vec{F}$.
   (c) Calculate the work done by $\vec{F}$ from (0, 1 -1) to ($\pi/2$, -1, 2).

國立虎尾科技大學 108 學年度第二學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第一頁　共一頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 大題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機 且 close book

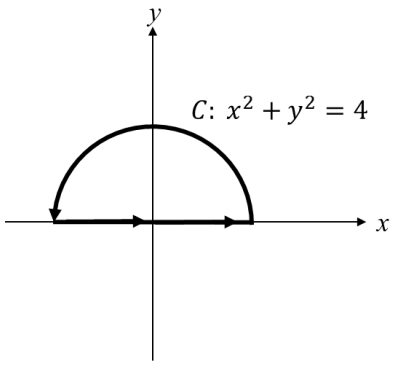
1. Solve I.V.P. $y'' + 4y = 3\sin(2x)\,; y(0) = 1, y'(0) = 0.$

2. Use Laplace transform to solve I.V.P. $y'' - 2y' + 5y = 1 + t;\ y(0) = 0, y(0) = 4.$

3. Find the eigenvalues and eigenvectors of the given matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$.

4. Find the half-range cosine and sine expansions of the given function $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 1, & 1 \le x < 2 \end{cases}$.

5. Evaluate $\oint_C (x^2 + y^2)dx - 2xydy$ on the given closed curve C.



國立虎尾科技大學 109 學年度第 1 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 1 頁

科目：工程數學

注意事項：

（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止 使用計算機 close book

1. Solve I.V.P. $y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x},\ y(0) = 2, y'(0) = 0.$

2. Use Laplace transform to solve I.V.P. $y'' - 4y' = 6e^{3t} - 3e^{-t},\ y(0) = 1, y'(0) = -1.$

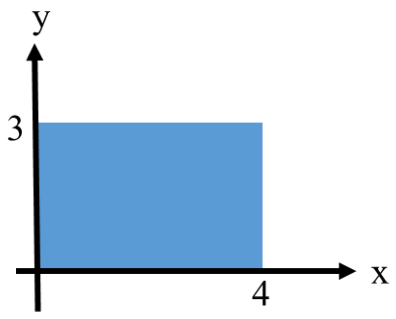
3. Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of matrix A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

4. Find the Fourier series of function f(x) on the given interval.

$$f(x) = \begin{cases} 0, -\pi < x < 0 \\ x^2, 0 \le x < \pi \end{cases}$$

5. Find the center of mass of the lamina that has the given shape and the area density $\rho(x, y) = xy$.



國立虎尾科技大學 109 學年度第 2 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第 1 頁　共 2 頁

科目：工程數學（Engineering Mathematics）

注意事項：

（1）本試題共有五題，每題註明配分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機 close book and don't use calculator

1. Find solutions of a system of simultaneous linear equations below (30%)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

(1) Please write in standard matrix format AX=B (2) Using Gauss-Jordan Elimination (3) Using reverse Matrix of A (i.e., A^{-1})

2. (a) Please find solution of initial value problem below (20%)

$$\begin{cases} yy'' - (y')^2 = 0 \\ y(0) = \frac{1}{2}, y'(0) = 1 \end{cases}$$

(b) Please find solution of differential equation below

$$y'' = \frac{1 + (y')^2}{2y}$$

3. (a) Using Laplace transform solve a system of differential equations, (20%)

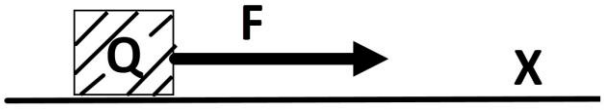
$$\begin{cases} x' = 2x - 3y \\ y' = -2x + y \end{cases}, x(0) = 8, y(0) = 3$$

(b) Solve the problem using Laplace transform

$$y'' + 4y' + 4y = 1 + \delta(t-1), \qquad y(0) = 0, y'(0) = 2$$

4. A block of unit mass (with m=1) under external force F acting on x-axial, .

$$F = -A\omega^2 \sin(\omega t)$$



As motion starts, this block Q positions on zero location with velocity $A\omega$. Please find Q movement (as function of time). (10%)

5. (a) What is ” Fourier Series” used for ? (20%)

   (b) Please find Fourier Series

   $$f(t) = 1 + t;\ -1 < t < 1$$

   (c) Please find the sum of

   $$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \cdots\cdots$$

國立虎尾科技大學 110 學年度第 1 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班　　第一頁　共一頁

科目：工程數學 Engineering Mathematics

注意事項：

（1）本試題共有五題，每題二十分，合計一百分。

（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。

（3）禁止使用計算機 close book and don't use calculator

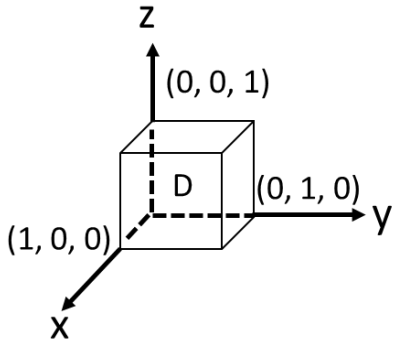
1. Solve I.V.P. (a) $y' - 2xy = 2x, y(0) = 1. (Hint: Linear)$

   (b) $(x^2 - y)dx + (y - x)dy = 0, y(0) = 1. (Hint:\ Exact)$

2. Solve I.V.P. $y'' + 4y = 2x, y(0) = 1, y'(0) = 1.$

3. Use the Laplace transfer to solve $y'' - 2y' - 3y = f(t)$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$, in which $f(t) = \begin{cases} 0, t < 4 \\ 3, t \geq 4 \end{cases}$.

4. Verify the Gauss divergence theorem of the vector field, $\vec{F} = xy\hat{i} + yz\hat{j} + xz\hat{k}$, for the region D bounded by the unit cube defined by $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1.$



5. Find the half-range (a)Fourier-cosine (b) Fourier-sine expansions of the function, $f(x)$, on the given interval. $f(x) = x^2 + x, 0 < x < 1$

國立虎尾科技大學 110 學年度第 2 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有五題，每題二十分，合計一百分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。
（3）禁止使用計算機 close book and don't use calculator

1. (a) Solve $y' + y = e^{-x}, y(0) = 1$. ***(Hint: Linear)***
   (b) Solve $(x^2 + y)dx + (x - y)dy = 0, y(0) = 2$. ***(Hint Exact)***

2. Solve Euler's differential equation: $x^2y'' + 3xy' + 13y = 4 + 3x$ for $x > 0$.
   (Hint: Let $x = e^t$, i.e. t=ln(x))

3. Use Laplace transform to solve: $y'' - 4y' = 6e^{3t} - 3e^{-t}, y(0) = 1, y'(0) = -1$.

4. Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of matrix A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. (a) Evaluate $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where the vector field $\vec{F}$ is $\vec{F} = xy^2\hat{\imath} + (x^2y + y^3)\hat{\jmath}$ and the curve C is $\vec{r}(t) = \cos t\hat{\imath} + \sin t\hat{\jmath} + t\hat{k}$, $0 \le t \le \frac{3\pi}{2}$.
   (b) Find the length S of the curve C: $\vec{r}(t) = \cos t\hat{\imath} + \sin t\hat{\jmath} + \sqrt{3}t\hat{k}$, $0 \le t \le 2\pi$.
   (Hint: $S = \int_C dS = \int_C \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| dt$)

國立虎尾科技大學 111 學年度第 1 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計一百分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號。
（3）可使用計算機， close book，may use calculator，

1. Solve the given differential equation:
$x^2y'' + 3xy' + 17y = 4 + 3x$

2. Find solution of a simultaneous equation, (1) using Gauss-Elimination method; (2) using inverse of matrix method.

$$\begin{cases} 0.3x_1 + 0.52x_2 + x_3 = -0.01 \\ 0.5x_1 + x_2 + 1.9x_3 = 0.67 \\ 0.1x_1 + 0.3x_2 + 0.5x_3 = -0.44 \end{cases}$$

3. Using Laplace transform to solve the IVP problem:
$y'' - 4y' = 6e^{3t} - 2e^{-t}$, y(0)=1, $y'(0) = 4$.

4. Find the Fourier series of f(x) on the given interval:

$$f(x) = \begin{cases} \pi^2, & -\pi < x < 0 \\ \pi^2 - x^2, & 0 \le x < \pi \end{cases}$$

5. Find the half-range cosine and sine expansions:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 1, & 1 \le x < 2 \end{cases}$$

國立虎尾科技大學 111 學年度第 2 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 4 題，每題 25 分，合計一百分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號。
（3）可使用計算機， close book，may use calculator，

1. Solve the given differential equation:

$$x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 3 + lnx^3$$

2. Find solution of a simultaneous equation, (1) using Gauss-Elimination method; (2) using inverse of matrix method.

$$\begin{cases} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = -19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4 \end{cases}$$

3. Using Laplace transform to solve the initial value problem(IVP):

$y'' - 3y' + 2y = e^{-4t}$, y(0)=1, $y'(0) = 5$.

4. Find the Fourier series of f(x) on the given interval:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 < x < 0 \\ x, & 0 \le x < 1 \end{cases}$$

國立虎尾科技大學 112 學年度第 2 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計 100 分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。
（3）閉書考、禁止使用計算機
Close book and Engineering calculator is prohibited.

1. Solve I.V.P. $y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^2}e^{x^2};\ y(1) = 0.$

2. Solve I.V.P. $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}; y(0) = 0, y'(0) = 0.$

3. Use **Laplace transform** to solve I.V.P. $y'' - 3y' + 2y = e^{3t}; y(0) = 0, y'(0) = 0.$

4. Find the **inverse (A^{-1})** of matrix A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \\ 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

5. Evaluate $\iint_{\Sigma} f(x,y,z)d\sigma$, where $f(x,y,z) = z$, Σ is the part of the cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ in the first octant between the plane $z = 2$ and $z = 4$.

國立虎尾科技大學 113 學年度第 1 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計 100 分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。
（3）閉書考、不可使用計算機
Close book and Engineering calculator is not allowable.

1. Solve the given differential equation:

$$y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x}$$

2. Solve the Euler's differential equation:

$$xy'' + 3xy' + 13y = 4 + 3x \quad \text{for } x > 0 \quad \text{(Hint: Let } x = e^t\text{)}$$

3. Using "Laplace transform" to solve the initail value problem (IVP):

$$y'' + 4y = \delta(t-\pi) - \delta(t-2\pi) \quad \text{with} \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

4. Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of matrix A.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Find the Fourier series of f(x) on the given interval:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , -1 < x < 0 \\ x & , 0 \le x < 1 \end{cases}$$

國立虎尾科技大學 114 學年度第 1 學期博士班資格考試題

系別：動力機械工程系機械與機電工程博士班

科目：工程數學

注意事項：
（1）本試題共有 5 題，每題 20 分，合計 100 分。
（2）請依序作答於答案卷上並註明題號，若未註明選答題號及超過規定題數時，謹採計作答順序較前之題目計分。
（3）閉書考、不可使用計算機
Close book and Engineering calculator is **not** allowable.

1. Solve the given differential equation:

$$y''+3y'+2y=-x+4+e^{-3x}$$

2. Solve the Euler-Cauchy differential equation:

$$x^2y''-xy'+y=2,\ y(1)=1.5,\ y'(1)=0.25$$ (Hint: Let $y=x^m$)

3. Using "Laplace transform" to solve the initail value problem (IVP):

$$y''+4y=\sin t * u(t-2\pi)$$ with $y(0)=1,\ y'(0)=0$

4. Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of matrix A, and using the eigenvalues and the corresponding eigenvectors to find the inverse of A. (Hint: $A=PDP^{-1}$ and then $A^{-1}=PD^{-1}P^{-1}$)

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\\ 4 & -4 & 5\end{bmatrix}$$

5. Find the Fourier series of f(x) on the given interval:

$$f(x)=\begin{cases}1 & ,\ -1<x<0\\ x & ,\ 0\le x<1\end{cases}$$